

## تحلیل نفوذ مایل پرتابه‌های مخروطی در صفحات نازک فلزی

محمد حسین پل<sup>۱</sup>

پژوهشکده تکنولوژی تولید  
جهاد دانشگاهی اهواز

غلامحسین لیاقت<sup>۲</sup>

بخش مهندسی مکانیک  
دانشکده فنی و مهندسی  
دانشگاه تربیت مدرس

سید عبدالوهاب حسینی<sup>۳</sup>

پژوهشکده تکنولوژی تولید  
جهاد دانشگاهی اهواز

(تاریخ دریافت: ۱۳۸۷/۰۸/۲۷؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۸۷/۱۱/۲۵)

### چکیده

در این مقاله، نفوذ پرتابه‌های مخروطی در اهداف فلزی نازک تحت برخورد مایل مورد بررسی تحلیلی قرار گرفته و یک مدل تحلیلی برای آن پیشنهاد شده است. شکست از نوع پتالینگ نامتقارن فرض شده و آنالیز با استفاده از موازنه انرژی، بین انرژی اولیه و کار انجام شده، صورت می‌گیرد. کل کار انجام شده در نفوذ کامل پرتابه‌های مخروطی ( $W$ )، شامل کار لازم برای تغییر شکل پلاستیک ( $Wp$ )، کار لازم برای انتقال ماده به موقعیت جدید ( $Wd$ ) و کار لازم برای خمش پتالها ( $Wb$ ) می‌باشد. نتایج بدست آمده از مدل تحلیلی ارائه شده در این مقاله با نتایج تحلیلی و تجربی ارائه شده توسط محققان دیگر مقایسه گردیده و همخوانی نتایج کاملاً مشهود است.

**واژه‌های کلیدی:** پرتابه مخروطی، نفوذ مایل، برخورد مایل، اهداف نازک فلزی، سرعت حد بالستیک

## Analysis of Oblique Penetration of Conical Projectiles into Thin Metallic Plates

M.H. Pol<sup>1</sup>

Manufacturing Tech. Research Center  
Ahvaz ACECR

G.H. Liaghat<sup>2</sup>

Mech. Eng. Group  
School of Eng.  
Tarbiat Modarres Univ.

A.V. Hoseini<sup>3</sup>

Manufacturing Tech. Research Center  
Ahvaz ACECR

### ABSTRACT

In this paper, a physical and an analytical model for penetration of the conical projectiles into metallic targets under oblique impact is proposed. The failure by conical projectile is assumed to be asymmetric petalling and the analysis is performed using the energy balance between initial energy and the work done in the penetration. The work done in penetration consists of the required work for plastic deformation ( $WP$ ), the work for transferring of material to new position ( $Wd$ ), and the work for bending of the petals ( $Wb$ ). The results obtained from the analytical model for the penetration of conical projectiles in thin metallic plates were compared with the existing theoretical and empirical results and showed relatively good agreements.

**Key Words:** Conical Projectile, Penetration, Oblique Impact, Thin Metallic Target

۱- کارشناس ارشد: m\_h\_pol@modares.ac.ir

۲- استاد (نویسنده پاسخگو): ghlia530@modares.ac.ir

۳- کارشناس ارشد

## فهرست علائم

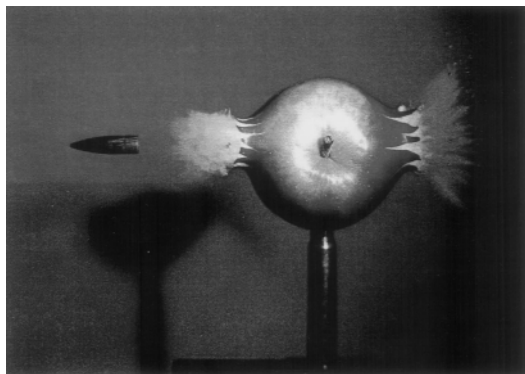
b	شعاع پرتابه
b'	شعاع حفره در زاویه $\delta$
D	قطر پرتابه
$h_0$	ضخامت هدف
H	ارتفاع حفره در زاویه $\delta=0^\circ$
H'	ارتفاع حفره در زاویه $\delta$
L	طول پرتابه
m	جرم پرتابه
S	شعاع لحظه‌ای سوراخ بیضوی شکل در زاویه $\delta=0^\circ$
S'	شعاع لحظه‌ای سوراخ بیضوی شکل در زاویه $\delta$
$t_2$	زمان نفوذ تا شروع برخورد قسمت استوانه‌ای پرتابه با هدف
$t_3$	زمان نفوذ تا نفوذ کامل قسمت استوانه‌ای پرتابه با هدف
$V_i$	سرعت اولیه پرتابه
$V_r$	سرعت باقیمانده پرتابه
$V_b$	سرعت بالستیک پرتابه
W	کل کار انجام شده
$W_b$	کار خمش
$W_p$	کار پلاستیک
$W_d$	کار دینامیک
Y	تنش تسلیم هدف
$\alpha$	نصف زاویه دماغه پرتابه
$\gamma$	پارامتر کار سختی
$\delta$	زاویه دلخواه در صفحه هدف
$\theta$	زاویه برخورد
$\rho$	چگالی پرتابه
$\lambda$	زاویه بین صفحه عمود بر محور پرتابه و صفحه هدف

## ۱- مقدمه

در طی چند دهه اخیر، پدیده شکست صفحات فلزی نازک به ویژه صفحات فولادی و آلومینیومی تحت برخورد عمودی و مایل مورد بررسی قرار گرفته است. در اکثر این تحلیلها، نسبت قطر پرتابه به ضخامت صفحه، بالاتر از ۱۰ می‌باشد. علاوه بر کاربرد صفحات نازک در ساخت تجهیزات، می‌توان از آنها (به ویژه صفحات آلومینیومی) در سپرهای حفاظتی در مقابل بارهای ضربه‌ای و نفوذ پرتابه‌ها، در پشت یک لایه محافظ از مواد ترد مثل سرامیک استفاده کرد. صفحات نازک به دلیل بازده پایین در برابر نفوذ معمولاً به صورت چند لایه به کار برده می‌شوند. با وجود این، مقاومت در برابر نفوذ صفحه تک لایه، به عنوان یک معیار، بیشتر مورد توجه است. در این میان آلومینیوم به دلیل مقاومت ویژه، قابلیت جذب انرژی

ویژه، مقاومت خوردگی و هدایت الکتریکی خوب، بیش از فولاد مورد توجه قرار می‌گیرد. هدایت الکتریکی خوب به این معناست که آلومینیوم حساسیت کمتری نسبت به فولاد در برابر برش آدیاباتیک و ناپایداری ترموپلاستیک دارد. با وجود این، آلومینیوم نسبت به فولاد در برابر نفوذ پرتابه‌ها معایبی نیز دارد که از جمله آنها مدول الاستیک، مقاومت و شکل‌پذیری کمتر آلومینیوم نسبت به فولادهای پرمقاومت است. آلومینیوم در درجه حرارت‌های پایین‌تری (در حدود ۶۰۰ تا ۷۰۰ درجه سانتیگراد) ذوب می‌شود و همچنین نسبت به اکثر فولادها حساسیت کمتری نسبت به نرخ کرنش ویژه نسبت به مقاومت دارد.

پتالینگ صفحات نازک مد شکست متداول در صفحات نازک در اثر برخورد پرتابه‌های مخروطی، اُجیو و کروی است. برای اینکه دید فیزیکی مناسبی از این پدیده داشته باشیم در شکل ۱، می‌توان سوراخ شدن سیبی را توسط یک گلوله مشاهده کرد [۱]. همان طور که مشاهده می‌شود چندین پتال متقارن روی هر دو سمت ورودی و خروجی پرتابه اُجیو دیده می‌شود. در ابتدا یک سوراخ در پوسته سیب ایجاد می‌شود و سپس فشار ایجاد شده توسط موج ضربه‌ای و حفره داخل سیب، پوسته بیرونی سیب را رو به سمت بالا باز می‌کند.



شکل (۱): پتال‌های تشکیل شده در بسته سیب توسط نفوذ پرتابه نوک‌تیز و موج فشاری هیدرودینامیکی.

مثال بالا نشان می‌دهد که پتالینگ ممکن است تحت برخورد پرتابه‌هایی که دارای دماغه نسبتاً تیز هستند رخ دهد. به همین دلیل تحقیقات زیادی طی چند دهه گذشته روی نفوذ کامل پرتابه‌های استوانه‌ای با دماغه مخروطی در صفحات فلزی نازک صورت گرفته است. در

آتکینز<sup>۱۲</sup> [۲۰] و همکارانش با استفاده از یک مدل تحلیلی ساده، تغییر شکل پتال را در یک صفحه نازک تحت برخورد پرتابه‌های مخروطی و کروی با در نظر گرفتن کشیدگی محیطی و ترک خوردگی تعدادی از بخش‌های گلوبی شده و سپس رشد ترک‌های شعاعی بررسی کردند. تحلیل آنان در مقایسه با تحلیل‌های قبل از آنها همخوانی بیشتری با نتایج تجربی داشت.

ویزبیک<sup>۱۳</sup> [۲۱] با ارزیابی گسترش پارگی در یک صفحه نازک با معیار CTOD و تغییر خمشی پتالی با شکل استوانه‌ای با در نظر گرفتن رشد لولای پلاستیک و کاهش انحنای موضعی، انرژی صرف شده در طی فرایند نفوذ پرتابه‌های مخروطی و آجیو را همراه با تشکیل پتال در صفحات نازک فلزی محاسبه کرد. در این مدل تحلیلی انرژی شکست پارگی، در سرتاسر انحنای، به شعاع موضعی پتال ارتباط داده شده است. همچنین انرژی پتال‌ها به انحنای محیطی دیش ایجاد شده ارتباط داده می‌شود.

روزینک<sup>۱۴</sup> و همکارانش [۲۲] با استفاده از نتایج تجربی و تحلیل عددی و بکارگیری نرم افزار ABAQUS، نفوذ پرتابه‌های مخروطی در اهداف فلزی نازک را تحلیل کردند و در نهایت این نتایج را با مدل‌های تحلیلی محققان قبل از خود مقایسه نمودند.

کالدر<sup>۱۵</sup> و گلداسمیت [۲۳] پرتابه‌های مخروطی و کروی با قطر ۱۲/۵ mm را در محدوده سرعت ۱/۲۵ mm ۳۰۰-۲۵ روی صفحات فلزی با ضخامت ۱/۲۵ mm برخورد دادند. آنها با استفاده از یک مدل تحلیلی ساده تغییر مکان قائم مرکز صفحه را برای یک ماده با رفتار صلب-پلاستیک با کار سختی خطی پیشنهاد کردند. آنها در نهایت نتیجه گرفتند مدلسان همانند مرجع [۹] در سرعت‌های نزدیک حد بالستیک دارای خطای قابل توجهی است ولی در سرعت‌های برخورد بالاتر، با نتایج تجربی همخوانی خوبی دارد.

تمامی آنالیزهای انجام شده، مسئله پتالینگ توسط مدل‌های ایجاد گسترش سوراخ نرم [۵-۲] تحلیل می‌شود. این مدل‌ها معمولاً با استفاده از روش موازنه انرژی بین انرژی اولیه و انرژی باقیمانده پرتابه پس از نفوذ و همچنین تخمین انرژی صرف شده در طی فرایند نفوذ، حد بالستیک و سرعت باقیمانده پرتابه را پس از نفوذ، تخمین می‌زنند.

از میان تئوری‌هایی که روش تخمین انرژی را برای تحلیل برخورد پرتابه‌ها با صفحات فلزی با استفاده از مدل‌سازی گسترش سوراخ نرم بکار می‌برند، می‌توان به تئوری‌های تیلور<sup>۱</sup> [۳]، جانسون<sup>۲</sup> [۵]، بته<sup>۳</sup> [۶]، تامسون<sup>۴</sup> [۷]، وودوارد<sup>۵</sup> [۸]، لاندکف<sup>۶</sup> و گولداسمیت<sup>۷</sup> [۹]، گولداسمیت و فینینگ<sup>۸</sup> [۱۰]، پل و لیاقت [۱۱-۱۴] اشاره کرد.

روش دیگر تحلیل نفوذ پرتابه‌ها در اهداف فلزی نازک، روش موازنه اندازه حرکت است. از جمله تئوری‌هایی که از این روش استفاده می‌کنند، تئوری پال و زید است [۴ و ۱۵]. تمامی تئوری‌هایی که تاکنون ارائه شده‌اند (به جز تئوری پال و زید) برای برخورد عمودی پرتابه‌های مخروطی در اهداف فلزی نازک می‌باشند [۱۵]. در ضمن بعضی از مقالات ارائه شده در این خصوص مروری بر تحقیقات انجام شده دیگر محققان است که از جمله آنها می‌توان به مقالات مروری بکمن<sup>۹</sup> و گولداسمیت [۱۶]، کوربت<sup>۱۰</sup> [۱۷] و راکاس<sup>۱۱</sup> [۱۸-۱۹] اشاره کرد.

اولین تحلیل روی رفتار پتالینگ، توسط لاندکف و گولداسمیت صورت گرفت [۹]. تحلیل این محققان بر اساس موازنه انرژی و انرژی جذب شده در طی فرایند نفوذ در اثر ایجاد و رشد ترک، خمش پتال‌ها و تغییر شکل دیشینگ صفحه است.

- 
- 1-Taylor
  - 2-Johnson
  - 3-Bethe
  - 4-Thomson
  - 5-Woodward
  - 6-Landkof
  - 7-Goldsmith
  - 8-Finnegan
  - 9-Backman
  - 10-Corbett
  - 11-Zukas

- 
- 12-Atkins
  - 13-Wierzbicki
  - 14-Rusinek
  - 15-Calder

در چندین بررسی قبلی [۷ و ۳۲]، نشان داده شده است که مقدار انرژی مصرفی به وسیله حرارت (اصطکاک) در طی نفوذ، در مقایسه با کار پلاستیک و دیگر کارهای انجام شده قابل صرف نظر کردن است. علاوه بر آن در این تحقیق از کار انجام شده در تغییر شکل کلی صفحه یا دیشنگ صرف نظر می شود. این انرژی هر چند در سرعت‌های به اندازه کافی بزرگتر از حد بالستیک ناچیز است ولیکن در سرعت‌های نزدیک به آن قابل توجه می باشد.

## ۲- تئوری

همان طوری که در شکل ۲ نشان داده شده است، پس از نفوذ کامل پرتابه‌های مخروطی در اهداف فلزی نازک تحت برخورد مایل، یک حفره بیضوی با قطرهای  $2b$  و  $2b/\cos\theta$  در هدف ایجاد می شود (b شعاع پرتابه و  $\theta$  زاویه برخورد پرتابه با هدف است).

با توجه به شکل ۲ می توان فرضیات زیر را برای مدل کردن شکست فرض کرد:

۱- تنها تنش مهم در زمان ایجاد حفره و پلیسه‌های تشکیل شده در پشت هدف، تنش محیطی  $\sigma_\theta$  می باشد [۷ و ۳].

$$(\sigma_r = \sigma_z = 0).$$

۲- رابطه تنش و کرنش ماده هدف به صورت صلب-کارسختی خطی  $\sigma = Y + \gamma\varepsilon$  در نظر گرفته شده و شکست وقتی که  $\sigma = Y$  باشد، رخ می دهد.

۳- تغییر شکل پلاستیک بدون تغییر حجم رخ می دهد. به دلیل تک محوری بودن تنش، مطابق با فرض اول خواهیم داشت:

$$\varepsilon_r = \varepsilon_z = \varepsilon \quad (1)$$

از طرفی از فرض سوم (حجم ثابت) خواهیم داشت:

$$\varepsilon_r + \varepsilon_\theta + \varepsilon_z = 0 \quad (2)$$

بنابراین، با استفاده از روابط (۱) و (۲) می توان نتیجه گرفت:

$$\varepsilon_r = \varepsilon_z = -\frac{1}{2}\varepsilon_\theta \quad (3)$$

از شکل ۲ و با گرفتن یک المان در صفحه هدف و حالت تغییر شکل یافته آن در پشت صفحه هدف (به صورت

از طرف دیگر، کورران<sup>۱</sup> و همکارانش [۲۴] اثر جرم پرتابه، شکل دماغه و سختی هدف را روی نفوذ پرتابه در صفحات آلومینیومی و فولادی بررسی کردند. لوی<sup>۲</sup> و گولداسمیت [۲۵] برخورد پرتابه‌های مخروطی، تخت و کرووی را در محدوده سرعت‌های بین ۲۰-۳۰۰ m/s روی صفحات آلومینیومی با ضخامت ۱/۲۵ mm و ۱/۱۷۵ mm و صفحات فولادی با ضخامت ۱/۲۰ mm بررسی کردند. در این تحقیق با اندازه گیری تجربی نیروی برخورد، تغییر مکان قائم دائم و کرنش اندازه گیری گردید. نتایج بدست آمده همخوانی خوبی را با مدل تحلیلی برای صفحات آلومینیومی نشان داد، اما این نتایج برای صفحات فولادی دارای خطا بود.

برویک<sup>۳</sup> و همکارانش [۲۶ و ۲۷] با تحلیل نرم افزاری و آزمایشگاهی، نفوذ پرتابه‌های مخروطی را در اهداف آلومینیومی بررسی و با نتیجه محققان قبل از خود مقایسه نمودند.

بیشتر مدل‌های تحلیلی، توجه خود را به تئوری توسعه سوراخ یا حفره معطوف کرده اند. با وجود این، در سال‌های اخیر بیشوپ<sup>۴</sup> و همکارانش [۲۸]، هیل<sup>۵</sup> و همکارانش [۲۹] و گویدر<sup>۶</sup> [۳۰] تلاش زیادی برای محاسبه مقاومت در برابر نفوذ هدف‌های فلزی نازک با استفاده از فشار بحرانی لازم برای توسعه حفره [۳۱] انجام داده‌اند.

در این مقاله، با فرض تشکیل حفره، و با استفاده از روابط هندسی بدست آمده در مرجع [۱۵] و با بکارگیری روش انرژی، مقدار کار انجام شده و یا انرژی صرف شده در طی فرایند نفوذ مایل پرتابه‌های مخروطی در صفحات فلزی نازک محاسبه می شود. کل کار انجام شده شامل کار لازم برای تغییر شکل پلاستیک  $W_p$ ، کار دینامیکی لازم برای انتقال ماده به موقعیت جدید  $W_d$  و کار لازم جهت خمش پتال‌ها  $W_b$ ، در نظر گرفته می شود.

1-Corran  
2 -Levy  
3 -Borvik  
4 -Bishop  
5 -Hill  
6-Goodier

$$S' = \frac{S}{(1 - \sin^2 \delta \sin^2 \theta)^{\frac{1}{2}}} \quad (9\text{-الف})$$

$$b' = \frac{b}{(1 - \sin^2 \delta \sin^2 \theta)^{\frac{1}{2}}} \quad (9\text{-ب})$$

که در آن،  $b$  شعاع سوراخ بیضی شکل در زاویه  $\delta=0$  است  
( $b$ ) برابر با شعاع پرتابه نیز می‌باشد. از معادله (۹) داریم:

$$\frac{s'}{b'} = \frac{s}{b} \quad (10)$$

از معادله (۸) می‌توان نوشت:

$$\sqrt{s'} ds' = \sqrt{b'} dz' \quad (11)$$

با انتگرال‌گیری از رابطه (۱۱) داریم:

$$\int_0^{b'} \sqrt{s'} ds' = \int_0^{H'} \sqrt{b'} dz' \quad (12)$$

بنابراین:

$$H' = \frac{2}{3} b' = \frac{2b}{3(1 - \sin^2 \delta \sin^2 \theta)^{\frac{1}{2}}} \quad (13)$$

که در آن،  $H'$  ارتفاع پلیسه در زاویه  $\delta$  می‌باشد.  
مقدار کار پلاستیک انجام شده برای تغییر شکل  
پتال‌ها برابر است با:

$$\int_v (\int \sigma_\theta d\varepsilon_\theta) dV \quad (14)$$

به دلیل اینکه:

$$\int_v (\int \sigma_\theta d\varepsilon_\theta) dV \quad (15)$$

از فرض دوم و با جایگزینی معادله (۸) در معادله (۱۴)  
نتیجه می‌شود:

$$W_p = \int_v \left( \int_{s'}^b Y \frac{ds'}{s'} \right) dV \quad (16)$$

و یا:

$$W_p = \int_v Y \left( \ln \frac{b'}{s'} \right) dV \quad (17)$$

اما با استفاده از رابطه (۱۰):

$$\ln \frac{b'}{s'} = \ln \frac{b}{s} \quad (18)$$

با جایگزینی معادله (۱۸) در معادله (۱۷) خواهیم داشت:

پلیسه) پس از برخورد و نفوذ پرتابه، با فرض حجم ثابت  
می‌توان نوشت:

$$(S'd\delta).(ds').(h_0) = (b'd\delta).(dz').(h) \quad (4)$$

که در آن،  $S'$  شعاع سوراخ در زاویه  $\delta$  در صفحه هدف (در  
زمانی که فقط بخشی از پرتابه به شعاع  $S$  در هدف نفوذ  
کرده است)،  $b'$  شعاع حفره در زاویه  $\delta$  پس از نفوذ کامل  
پرتابه،  $h_0$  ضخامت هدف و  $h$  ضخامت پلیسه<sup>۱</sup> متناظر در  
پشت صفحه هدف است. زاویه  $\delta$  و جهت آن در شکل ۲  
نشان داده شده است.

از معادله (۴) می‌توان نتیجه گرفت:

$$\frac{b'}{s'} \cdot \frac{h}{h_0} \cdot \frac{dz'}{ds'} = 1 \quad (5)$$

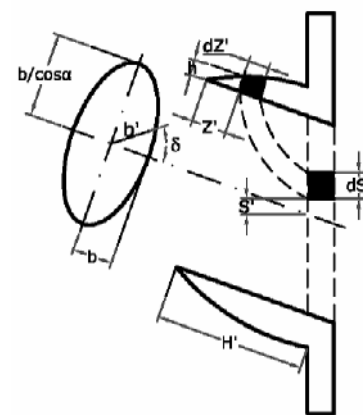
$$\ln \frac{b'}{s'} + \ln \frac{h}{h_0} + \ln \frac{dz'}{ds'} = 0 \quad (6)$$

و یا

$$\varepsilon_\theta + \varepsilon_z + \varepsilon_r = 0 \quad (7)$$

با جایگزینی معادله (۶) در معادله (۳) داریم:

$$\left( \frac{s'}{b'} \right) = \left( \frac{h}{h_0} \right)^2 = \left( \frac{dz'}{ds'} \right) \quad (8)$$



شکل (۲): حفره و پلیسه ایجاد شده در صفحه هدف  
تحت برخورد مایل.

از طرفی، مطابق با [۱۵]:

شعاع لحظه‌ای پرتابه در قسمت مخروطی برابر است با  
[۱۵]:

$$S' = \frac{x \tan \alpha}{(1 - \sin^2 \theta \sin^2 \delta)^{\frac{1}{2}} + \tan \alpha \sin \theta \sin \delta} \quad (۲۶)$$

با فرض  $\Delta V \ll V_i$  در طی نفوذ (سرعت پرتابه در طی فرایند نفوذ ثابت فرض می‌شود) و مشتق‌گیری از معادله (۲۶):

$$\frac{ds'}{dt} = \frac{V_i \tan \alpha}{(1 - \sin^2 \theta \sin^2 \delta)^{\frac{1}{2}} + \tan \alpha \sin \theta \sin \delta} \quad (الف-۲۷)$$

$$\frac{d^2 s'}{dt^2} = 0 \quad (ب-۲۷)$$

با گرفتن یک المان مثلثی از بیضی جاری، مقدار جرم جابجا شده المان مثلثی برابر است با:

$$M = \frac{1}{2} \rho \cdot h_0 \cdot s'^2 d\delta \quad (الف-۲۸)$$

$$\frac{dM}{dt} = \rho \cdot h_0 \cdot s' d\delta \cdot \frac{ds'}{dt} \quad (ب-۲۸)$$

با جایگزینی معادلات (۲۶)، (۲۷) و (۲۸) در معادله (۲۵):

$$W_d = 2\rho h_0 V_i^4 \tan^4 \alpha \left( \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{[(1 - \sin^2 \theta \sin^2 \delta)^{\frac{1}{2}} + \tan \alpha \sin \theta \sin \delta]^4} \left( \int_0^{t_2} t dt \right) d\delta \right) \quad (۲۹)$$

$$+ \int_{t_2}^{t_3} t \left( \int_{\delta^*}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{[(1 - \sin^2 \theta \sin^2 \delta)^{\frac{1}{2}} + \tan \alpha \sin \theta \sin \delta]^4} d\delta \right) dt$$

در رابطه فوق  $t_2$ ، زمان نفوذ تا شروع برخورد قسمت استوانه‌ای پرتابه با هدف و  $t_3$  زمان نفوذ تا برخورد کامل قسمت استوانه‌ای پرتابه با هدف می‌باشد. مقادیر  $t_2$  و  $t_3$  از شکل ۳ برابرند با:

$$t_2 = \frac{(1 - \tan \theta \tan \alpha)L}{V_i} \quad (الف-۳۰)$$

$$t_3 = \frac{(1 + \tan \theta \tan \alpha)L}{V_i} \quad (ب-۳۰)$$

$$W_p = \int_v (YLn \frac{b}{s}) dV \quad (۱۹)$$

انتگرال فوق را می‌توان با در نظر گرفتن یک المان رینگی با مقطع بیضی‌شکل و با قطرهای  $S$  و  $2S/\cos \theta$  محاسبه کرد:

$$dV = \pi(s + ds) \left( \frac{s}{\cos \theta} + \frac{ds}{\cos \theta} \right) h_0 - \pi s \frac{s}{\cos \theta} h_0 \quad (۲۰)$$

و یا

$$dV = \frac{\pi h_0}{\cos \theta} (2s ds + \frac{d^2 s}{\cos \theta}) \quad (۲۱)$$

با حذف دیفرانسیل مرتبه دو خواهیم داشت:

$$dV = \frac{2\pi h_0}{\cos \theta} s ds \quad (۲۲)$$

با جایگزینی معادله (۲۲) در معادله (۱۹) و انتگرال‌گیری، مقدار کار پلاستیک برابر است با:

$$W_p = \frac{\pi b^2 Y h_0}{2 \cos \theta} \quad (۲۳)$$

کار بدست آمده در معادله (۲۳) با کار پلاستیک برخورد قائم پرتابه با صفحه‌ای به ضخامت  $h_0/\cos \theta$  (مسیر طی شده توسط پرتابه در صفحه هدف در برخورد مایل به هدفی با ضخامت  $h_0$ ) برابر است.

بنابراین می‌توان کار پلاستیک در برخورد مایل یک پرتابه مخروطی را به صفحه نازکی به ضخامت  $h_0$  با کار پلاستیک نفوذ پرتابه مخروطی تحت برخورد عمودی در یک صفحه نازک به ضخامت  $h_0/\cos \theta$  مدل کرد. روش فوق مشابه روش مراجع [۸ و ۱۰] است که برای مدل‌سازی کل انرژی مصرفی طی فرایند نفوذ پرتابه‌های سرتخت، مخروطی، کروی و آجیو، در برخورد مایل با هدف‌های ضخیم مورد استفاده قرار گرفته است.

مقدار کار دینامیکی، کار لازم برای انتقال ماده به موقعیت جدید، در شعاع  $S'$  از بیضی جاری در زاویه  $\delta$  برابر است با:

$$F = \frac{d}{dt} \left( M \frac{ds'}{dt} \right) = M \cdot \frac{d^2 s'}{dt^2} + \frac{dM}{dt} \cdot \frac{ds'}{dt} \quad (۲۴)$$

$$W_d = \int M \frac{d^2 s'}{dt^2} ds' + \int \frac{dM}{dt} \cdot \frac{ds'}{dt} ds' \quad (۲۵)$$

زاویه بین صفحه عمود بر محور پرتابه و صفحه هدف می‌باشد (شکل ۴) بنابراین:

$$dW_b = dM_b \cdot \theta_s = \frac{Yh_o^2 dB}{4} \cdot \theta_s, \quad (34)$$

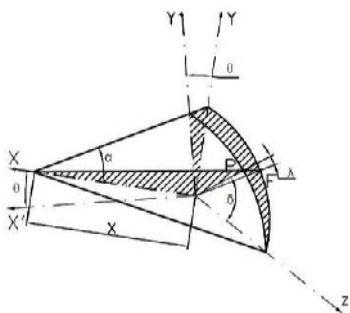
که در آن، dB المانی از محیط پلیسه‌های بیضوی تشکیل شده در پشت صفحه هدف بصورت زیر می‌باشد:

$$dB = b'd\delta = \frac{b}{(1 - \sin^2 \delta \sin^2 \theta)^{\frac{1}{2}}} d\delta. \quad (35)$$

طبق [۱۵]:

$$\theta_s = \frac{\pi}{2} + \lambda, \quad (36\text{-الف})$$

$$\lambda = \sin^{-1}(\sin \theta \cdot \sin \delta) \quad (36\text{-ب})$$



شکل (۴): زاویه بین هرنقطه روی مقطع پرتابه و نقطه متناظر با آن در صفحه هدف در زاویه  $\delta$ .

بنابراین:

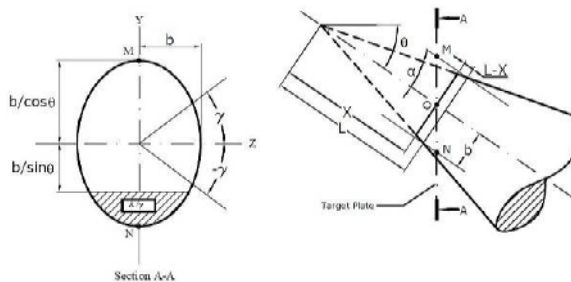
$$W_b = 2 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} dW_b = \frac{Yh_o^2 b}{2} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{[\frac{\pi}{2} + \sin^{-1}(\sin \theta \sin \delta)]}{(1 - \sin^2 \delta \sin^2 \theta)^{\frac{1}{2}}} d\delta \quad (37)$$

کل کار انجام شده طی نفوذ برابر است با:

$$W = W_p + W_d + W_b, \quad (38)$$

که در آن،  $W_p$ ،  $W_d$  و  $W_b$  از معادلات (۳۳)، (۳۴) و (۳۷) بدست می‌آیند. سرعت باقیمانده را می‌توان با استفاده از معادله تعادل انرژی بصورت زیر بدست آورد:

$$W = \frac{1}{2} m(V_i^2 - V_r^2). \quad (39)$$



شکل (۳): پرتابه مخروطی در زاویه  $\theta$  نسبت به صفحه هدف (صفحه قائم).

که در آن،  $\alpha$  نصف زاویه دماغه ( $\tan \alpha = \frac{b}{L}$ ) و  $\delta^*$  در رابطه (۲۹) زاویه‌ای است که بیانگر برخورد قسمت استوانه‌ای پرتابه با هدف در فاصله زمانی  $t_2$  تا  $t_3$  می‌باشد و از مرجع [۱۵] برابر است با:

$$\delta^* = \sin^{-1} \left( \frac{\frac{x}{L} - 1}{\sin \theta \cdot [\tan^2 \alpha + (\frac{x}{L} - 1)^2]^{\frac{1}{2}}} \right), \quad (31)$$

و یا:

$$\delta^* = \sin^{-1} \left( \frac{\frac{V_i t}{L} - 1}{\sin \theta \cdot [\tan^2 \alpha + (\frac{V_i t}{L} - 1)^2]^{\frac{1}{2}}} \right). \quad (32)$$

با جایگذاری معادلات (۳۰-۳۲) در رابطه (۲۹)، مقدار کار دینامیکی  $W_d$  برابر خواهد بود با:

$$W_d = \rho h_o b^2 V_i^2 \tan^2 \alpha \cdot (1 - \tan \alpha \tan \theta)^2 \cdot \left( \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{[(1 - \sin^2 \theta \sin^2 \delta)^{\frac{1}{2}} + \tan \alpha \cdot \sin \theta \sin \delta]^4} d\delta \right) + 2\rho h_o V_i^4 \tan^4 \alpha. \quad (33)$$

$$\left[ \int_{t_2}^{t_3} t \cdot \left( \int_{\delta^*}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{[(1 - \sin^2 \theta \sin^2 \delta)^{\frac{1}{2}} + \tan \alpha \cdot \sin \theta \sin \delta]^4} d\delta \right) dt \right].$$

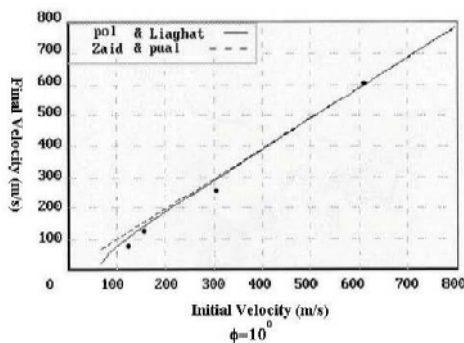
کار انجام شده در خمش، خمش پلیسه‌های ایجاد شده در پشت هدف را با کار انجام شده در خمش تیری با طولی برابر با محیط یک بیضی با قطرهای  $b$  و  $b/\cos \theta$  و ضخامت  $h_o$  از یک صفحه کاملاً پلاستیک با تنش تسلیم  $Y$ ، به اندازه  $\frac{\pi}{2} + \lambda$  می‌توان تخمین زد که در آن،  $\lambda$

$$\sigma = Y + \gamma \varepsilon = 165.5 + 836.43 \varepsilon \text{ MPa} \quad (42)$$

مطابق با فرض (۲) و شکل ۵ شکست در  $\sigma = Y = 165.5 \text{ MPa}$  اتفاق می‌افتد.

همان طور که از شکل‌های ۶-الف تا ۶-د مشاهده می‌شود، سرعت باقیمانده در سرعت‌های نزدیک حد بالستیک اختلاف قابل توجهی با نتایج آزمایش در تمامی زوایای برخورد دارد، که علت آن را می‌توان به در نظر نگرفتن بعضی از انرژی‌های صرف شده در طی نفوذ مثل انرژی صرف شده در اصطکاک، افزایش درجه حرارت هدف و بخصوص انرژی صرف شده در تغییر شکل کلی صفحه هدف (دیشنگ) و توسعه سوراخ نرم در ابتدای نفوذ پرتابه مخروطی یعنی زمانی که هنوز قطر پرتابه کمتر از ضخامت هدف است، دانست. اما با افزایش سرعت برخورد و نسبت سرعت برخورد به سرعت حد بالستیک به دلیل اینکه کل کار انجام شده در طی نفوذ درصد کمی از انرژی اولیه می‌باشد، درصد خطا کاهش می‌یابد. همچنین مشاهده می‌شود که در تمامی زوایای برخورد، نتایج تئوری حاضر همخوانی مطلوبی با نتایج تجربی مرجع [۱۰] نسبت به تئوری مرجع [۱۵] دارند.

سرعت باقیمانده برحسب سرعت برخورد محاسبه شده به وسیله تئوری حاضر را برای زوایای مختلف می‌توان در شکل ۷ مشاهده نمود. همان طوری که در این شکل مشاهده می‌شود، در زوایای برخورد کم، تأثیر زاویه برخورد بسیار کم بوده و سرعت باقیمانده نزدیک به سرعت باقیمانده در برخورد عمودی است. اما با افزایش زاویه برخورد، تأثیر آن زیاد می‌شود بطوری‌که در زاویه برخورد  $50^\circ$  تأثیر آن بر کاهش سرعت باقیمانده کاملاً مشهود است.



شکل (۶-الف): سرعت نهایی پرتابه در زاویه برخورد  $10^\circ$ .

بنابراین:

$$V_r = (V_i^2 - \frac{2W}{m})^{\frac{1}{2}} \quad (40)$$

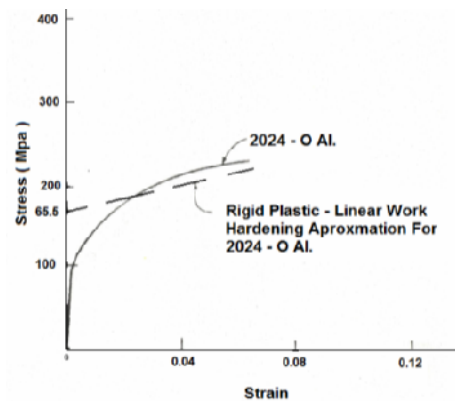
سرعت حد بالستیک با شرط  $V_r=0$  بصورت زیر قابل محاسبه است:

$$V_b = (\frac{2W}{m})^{\frac{1}{2}} \quad (41)$$

### ۳- نتایج و بحث

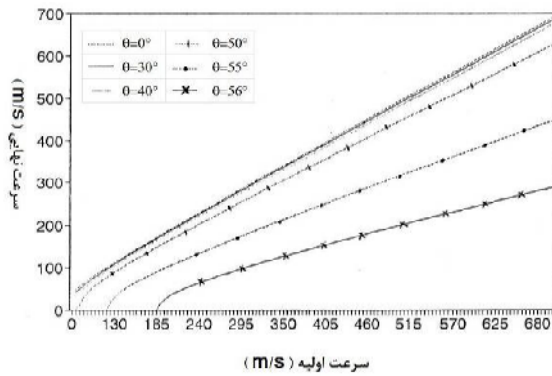
برای مقایسه نتایج بدست آمده از تئوری ارائه شده با نتایج تجربی، از نتایج تحقیقات آزمایشگاهی مرجع [۱۰] استفاده می‌شود. آزمایش‌ها برای نفوذ کامل در صفحه آلومینیومی 2024-O با ضخامت ۳/۱۷۵ mm تحت برخورد مایل پرتابه‌های مخروطی با زاویه کل مخروط  $60^\circ$  ( $\alpha=30^\circ$ )، قطر ۱۲/۷ mm و جرم متوسط ۲۹/۵ gr انجام شده است. سرعت برخورد در محدوده ۶۱۰-۱۲۲ m/s و زاویه برخورد بین  $0^\circ$  تا  $40^\circ$  تغییر می‌کند.

محاسبات برای نفوذ کامل یک صفحه آلومینیومی 2024-O با ضخامت ۳/۱۷۵ mm به وسیله یک پرتابه مخروطی فولادی با زاویه رأس  $60^\circ$  در زاویه برخورد بین  $0^\circ$  تا  $40^\circ$  و سرعت برخورد ۷۰۰ m/s تا  $80^\circ$  انجام شده است. منحنی تنش کرنش ماده هدف در شکل ۵ نشان داده شده است. این دیاگرام یک تنش تسلیم نیمه استاتیکی حقیقی ۸۸/۳ MPa را نشان می‌دهد، اما یک تقریب بهتر از ماده به صورت صلب-کارسختی خطی به صورت شکل ۵ و معادله (۴۲) می‌باشد.



شکل (۵): منحنی تنش-کرنش آلومینیوم 2024-O [۹].





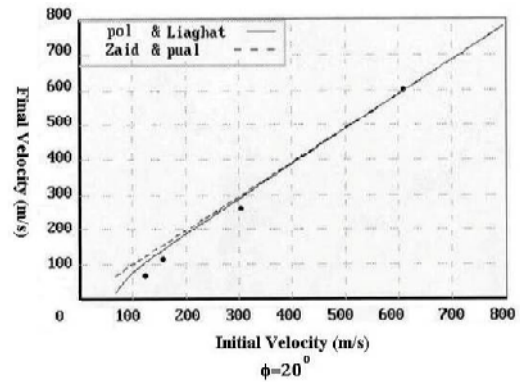
شکل (۷): سرعت نهایی بر حسب سرعت اولیه در زوایای مختلف.

#### ۴- نتیجه گیری

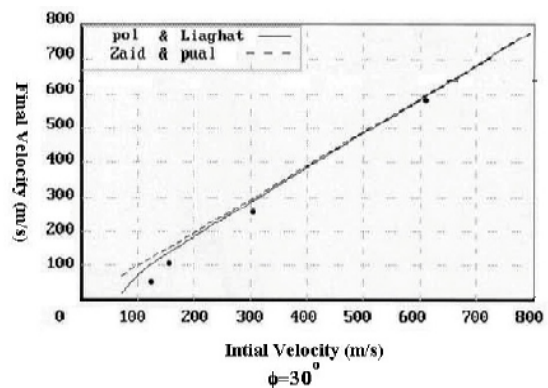
در تئوری حاضر، با تخمین انرژی جذب شده در طی فرایند نفوذ مایل پرتابه‌های مخروطی در اهداف فلزی نازک، سرعت حد بالستیک و سرعت باقیمانده محاسبه شد. سرعت باقیمانده محاسبه شده از تئوری حاضر بویژه در سرعت‌هایی که بطور قابل توجهی بالاتر از سرعت حد بالستیک است، با نتایج تجربی همخوانی دارد. با مقایسه نتایج این تئوری و مرجع [۱۵] مشاهده می‌شود که نتایج تحلیلی این مقاله دقت و همخوانی بیشتری نسبت به تئوری مرجع [۱۵] با نتایج آزمایشگاهی [۱۰] دارد.

#### ۵- مراجع

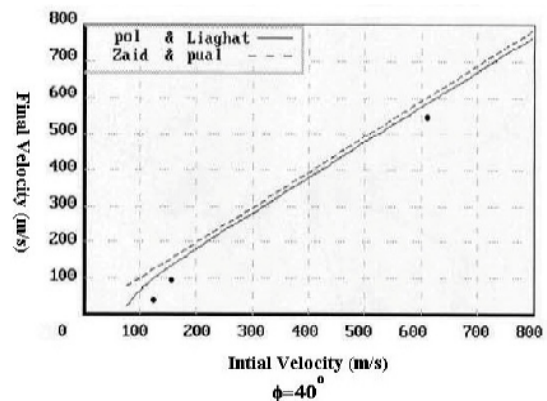
1. Wierzbicki, T. and Moussa, N.A., "Deformation and Rupture of an Aircraft Fuel Tank under Hydraulic Ram Pressure Loading", The 63rd Shock and Vibration Symp., Vol. 2, No. 1, Las Cruces, New Mexico, 1992.
2. Zaid, M. and Paul, B., "Mechanics of High Speed Projectile Perforation", J. Franklin Inst., Vol. 268, No. 1, pp. 265-317, 1958.
3. Taylor, G.I., "The Formation of Enlargement of Circular Holes in Thin Plastic Plates", Q J Mech. Appl. Math., Vol. 1, No. 1, 1948.
4. Paul, B. and Zaid, M., "Normal Perforation of a Thin Plate by Truncated Projectiles", J. Franklin Inst., Vol. 21, No. 4, pp. 117-264, 1957.
5. Johnson, W., Chitkara, N.R., Ibrahim, A.H., and Dasgupta, A.K., "Hole Flanging and Punching of Circular Plates with Conically Headed Cylindrical Punches". J Strain Anal, Vol. 8, No. 3, pp. 228-241, 1973.
6. Bethe, H., "An Attempt at a Theory of Penetration", Frankford Arsenal, 1941.
7. Thomson, W.T., "An Approximate Theory of



شکل (۶-ب): سرعت نهایی پرتابه در زاویه برخورد  $20^\circ$ .



شکل (۶-ج): سرعت نهایی پرتابه در زاویه برخورد  $30^\circ$ .



شکل (۶-د): سرعت نهایی پرتابه در زاویه برخورد  $40^\circ$ .

با افزایش بیشتر زاویه برخورد، بدلیل افزایش زیاد سطح برخورد و پلیسه ایجاد شده، بسیار زیاد شده، بطوری که در زاویه برخورد حدود  $57^\circ$  نفوذ جزئی اتفاق خواهد افتاد.

22. Rusinek, A., Rodri'guez-Marti'nez, J.A., Arias, A., Klepaczko, J.R., and Lopez-Puente, J., "Influence of Conical Projectile Diameter on Perpendicular Impact of Thin Steel Plate", *Int. J. Eng., Fracture Mechanics*, Vol. 75, pp. 2946–2967, 2008.
23. Calder, C.A. and Goldsmith, W., "Plastic Deformation and Perforation of Thin Plates Resulting from Projectile Impact", *Int. J. Solids Struct.*, Vol. 7, No. 1, pp. 863-881, 1971.
24. Corran, R.S.J., Shadbolt, P.J., and Ruiz, C. "Impact Loading of Plates: An Experimental Investigation", *Int. J. Impact Eng.*, Vol. 1, No. 1, pp. 23–32, 1983.
25. Levy, N. and Goldsmith, W., "Normal Impact and Perforation of Thin Plates by Hemispherical Tipped Projectiles", *Int. J. Impact Eng.*, Vol. 2, No. 1, pp. 299–324, 1984.
26. Borvik, T., Clausen, A.H., and Hopperstad, O.S., "Perforation of AA5083-H116 Aluminium Plates with Conical-Nosed Steel Projectiles: Numerical Investigation", *Int. J. Impact Eng.*, Vol. 36, No. 3, pp. 426-437, 2009.
27. Borvik, T., Clausen, A.H., Hopperstad, O.S., and Langseth, M., "Perforation of AA5083-H116 Aluminium Plates with Conical-Nose Steel Projectiles: Experimental Study", *Int. J. Impact Eng.*, Vol. 30, No. 1, pp. 367–384, 2004.
28. Bishop, R.F., Hill, R., and Mott, N.F., "The Theory of Indentation and Hardness", *Proc. Roy. Soc.*, Vol. 57, No. 3, pp. 147-159, 1945.
29. Hill, R., "The Mathematical Theory of Plasticity", Oxford Univ. Press, London, 1950.
30. Goodier, J.N., "On the Mechanics of Indentation and Cratering in the Solid Targets of Strainhardening Metal by Impact of Hard and Soft Spheres", *The 7th Symp. Hypervelocity Impact III*, pp. 215-259, 1965.
31. Ben-Dor, G., Dubinsky, A., and Elperin, T., "Applied High-speed Plate Penetration Dynamics", DOI: 10.1007/1-4020-4239-6-2, Springer, 2006.
32. Joseph, M.K., "Surface Friction in Ballistic in Ballistic Penetration", *J. Appl. Phys.*, Vol. 26, No. 10, pp. 55- 69, 1955.
- Amour Penetration", *J. Appl. phys*, Vol. 26, No. 1, pp. 80-82, 1955.
8. Woodward, R.L., "The Penetration of Metal Targets by Conical Projectiles", *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 20, No. 1, pp. 349-359, 1978.
9. Landkof, B. and Goldsmith, H., "Petalling of Thin Metallic Plates during Penetration by Cylindro-Conical Projectiles", *Int. J. Solids Structures*, Vol. 21, No. 1, pp. 245-266, 1985.
10. Goldsmith, W. and Finnegan, A., "Normal and Oblique Impact of Cylindro- Conical and Cylindrical Projectiles on Metallic Plates", *Int. J. Impact Eng.*, Vol. 4, No. 1, pp. 83-105, 1986.
۱۱. پل، م.ح. "نفوذ مایل پرتابه های مخروطی در اهداف فلزی نازک"، پایان نامه کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس، ۱۳۷۶.
12. Pol, M.H. and Liaghat, G.H., "Analysis of Oblique Penetration of Conical Projectiles into Thin Metallic Targets", *ATEM'07, JSME-MMD*, 2007.
13. Pol, M.H., Liaghat, G.H., Hoseini, A.V., and Akbari, M.A., "Analysis of Oblique Penetration of Anti Ricochet Teeth of Conical Projectiles into Thin Metallic Targets", *The 3rd IASME/WSEAS Int. Conf. on Continuum Mech. (CM'08)*, 2008.
14. Pol, M.H., Liaghat, G.H., and Hoseini, A.V., "Analysis of Oblique Perforation of Conical and Ogive Projectiles into Thin Metallic Targets", *36th Solid Mechanics Conf. (SOLMECH)*, Poland, 2008.
15. Zaid, M. and Paul, B., "Oblique Perforation of a Thin Plate by Truncated Conical Projectiles", *J. Franklin Inst.*, Vol. 268, No. 1, pp. 24-45, 1959.
16. Backman, E.M. and Goldsmith, W., "The Mech. of Penetration of Projectiles into Targets", *Int. J. Eng. Sci.*, Vol. 16, No. 1, pp. 91–99, 1978.
17. Corbett, G.G., Reid, S.R., and Johnson, W., "Impact Loading of Plates and Shells by Free-Flying Projectiles: a Review", *Int. J. Impact Eng.*, Vol. 18, No. 1, pp. 141–230, 1996.
18. Zukas J.A., Hohler, V., Jameson, R.L., Mader C.L., Nicholas, T., and Rajendran, M.A., "High Velocity Impact Dynamics", Wiley, New York, 1990.
19. Zukas, J.A., Nicholas, T., and Swift, H.F., "Impact Dynamics", Krieger, Florida, 1992.
20. Atkins, A.G., Khan, M.A., and Liu, J.H. "Necking and Radial Cracking around Perforations in Thin Sheets and Normal Incidence", *Int. J. Impact Eng.*, Vol. 21. No. 1, pp. 521-539., 1998.
21. Wierzbicki, T. "Petalling of Plates Under Explosive and Impact Loading", *Int. J. Impact Eng.*, Vol. 22, No. 1, pp. 935–954, 1999.